

Темная материя и лептонная универсальность в моделях со стерильными майорановскими нейтрино

Efim Fradkin Centennial Conference 2024

М. Дубинин, Д. Казаркин, Е. Федотова

arXiv: 2206.05186 (ЖЭТФ 2023),
2212.11310 (Phys.Rev.D 2024),
2303.06680 (Symmetry 2023),
2308.02240 (Письма ЖЭТФ 2023)



- 1 Модель seesaw type I для трех поколений нейтрино
- 2 Общие космологические ограничения
- 3 Ограничения для минимального смешивания и за его пределами
- 4 Ограничения в секторе тяжелых стерильных нейтрино $N_2 - N_3$
- 5 Правила Фейнмана для майорановских фермионов
- 6 О нарушении лептонной универсальности
- 7 Заключение



Расширение лептонного сектора

Тяжелые нейтральные лептоны (**HNL**, также стерильные нейтрино) - правые майорановские фермионы, синглеты относительно калибровочной группы SM $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Лагранжиан расширения

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + i\bar{\nu}_R \partial_\mu \gamma^\mu \nu_R - \left(F \bar{l}_L \nu_R \tilde{H} + \frac{M_M}{2} \overline{\nu^c}_R \nu_R + h.c. \right),$$

где $l_L = (\nu_L, e_L)^T$ - левый дублет SM, ν_R - калибровочные состояния стерильных нейтрино (flavor states), H - хиггсовский дублет ($\tilde{H} = \epsilon_{ij} H^j$), F - матрица юкавских констант, После спонтанного нарушения симметрии $M_D = F \langle H \rangle = Fv$ ($v = 174$ ГэВ).

$$\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \overline{\nu^c}_R) \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c.,$$



Left-Right Standard Model (LRSM)

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \xrightarrow{\langle \Delta_R \rangle} SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \phi \rangle, \langle \Delta_L \rangle} U(1)_Q$$

- фермионные поля

$$L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu'_i \\ l'_i \end{pmatrix}_L, \quad L_{iR} = \begin{pmatrix} \nu'_i \\ l'_i \end{pmatrix}_R, \quad Q_{iL} = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_L, \quad Q_{iR} = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_R, \quad (1)$$

$$L_L : (1_C, 2_L, 1_R, -1_{B-L}); \quad Q_L : (3_C, 2_L, 1_R, 1/3_{B-L}); \quad (2)$$

$$L_R : (1_C, 1_L, 2_R, -1_{B-L}); \quad Q_R : (3_C, 1_L, 2_R, 1/3_{B-L}) \quad (3)$$

$$Q_{em} = T_{3R} + T_{3L} + \frac{B-L}{2}; \quad (4)$$

- хиггсовские бидублет ϕ и левый и правый триплеты $\Delta_{L,R}$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad \Delta_L = \begin{pmatrix} \frac{\delta_L^+}{\sqrt{2}} & \delta_L^{++} \\ \delta_L^0 & -\frac{\delta_L^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \Delta_R = \begin{pmatrix} \frac{\delta_R^+}{\sqrt{2}} & \delta_R^{++} \\ \delta_R^0 & -\frac{\delta_R^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$(1_C; 2_L; 2_R; 0_{B-L}), \quad (1_C; 3_L; 1_R; 2_{B-L}), \quad (1_C; 1_L; 3_R; 2_{B-L}). \quad (6)$$



- нарушение симметрии

$$\langle \Delta_R \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_R & 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_L & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Взаимодействия полей Хиггса с лептонами

$$- \sum_{i,j} \{ \bar{L}_{iL} [(h_L)_{ij} \phi + (\tilde{h}_L)_{ij} \tilde{\phi}] L_{jR} - \overline{(L_{iR})^c} \Sigma_R (h_M)_{ij} L_{jR} - \overline{(L_{iL})^c} \Sigma_L (h_M)_{ij} L_{jL} \} + \text{h.c.}, \quad (8)$$

где $\tilde{\phi} \equiv \tau_2 \phi^* \tau_2$, $\Sigma_{L,R} = i \tau_2 \Delta_{L,R}$ и h_L , \tilde{h}_L , h_M – 3×3 матрицы Юкавы в калибровочном базисе;

$$L_{mass}^{lepton} = -\frac{1}{2} (\bar{n}'_L M_\nu n'_R + \bar{n}'_R M_\nu^* n'_L) - (\bar{l}'_L M_l l'_R + \bar{l}'_R M_l^\dagger l'_L), \quad (9)$$

где введены дублеты

$$n'_R = \begin{pmatrix} (\nu'^c)_R \\ \nu'_R \end{pmatrix}, \quad n'_L = \begin{pmatrix} \nu'_L \\ (\nu'^c)_L \end{pmatrix}, \quad (10)$$

недиагональные массовые матрицы имеют вид

$$M_l = \frac{h_L k_2 + \tilde{h}_L k_1}{\sqrt{2}}, \quad M_\nu = \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$M_D = \frac{h_L k_1 + \tilde{h}_L k_2}{\sqrt{2}}, \quad M_L = \sqrt{2} h_M \nu_L, \quad M_R = \sqrt{2} h_M \nu_R$$



Переход от калибровочных состояний (flavor states) к массовым состояниям

Полная массовая матрица $\mathcal{M} = \mathcal{U}\mathcal{D}\mathcal{U}^T$, где \mathcal{U} - унитарная матрица, \mathcal{D} - диагональная неотрицательная матрица. Связь между **массовым** и **калибровочным** базисом

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} = \mathcal{U} P_L \begin{pmatrix} \nu \\ N \end{pmatrix}, \quad \mathcal{U} = \exp \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ -\theta^\dagger & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_\nu & 0 \\ 0 & U_N^* \end{pmatrix}$$

$$\nu_L \simeq \left(1 - \frac{1}{2}\theta\theta^\dagger\right) U_\nu P_L \nu + \theta U_N^* P_L N,$$

$$\nu_R^c \simeq -\theta^\dagger U_\nu P_L \nu + \left(1 - \frac{1}{2}\theta^\dagger\theta\right) U_N^* P_L N.$$

Exponent is decomposed in θ - "Casas-Ibarra diagonalization"

NPB 618 (2001) 171 (hep-ph/0103065)



Взаимодействия заряженных и нейтральных токов нейтрино с W^\pm и Z бозонами

$$\mathcal{L}_{CC}^\nu = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{l} \gamma_\mu U_{PMNS} \nu_{iL} W^\mu + h.c. \quad (13a)$$

$$\mathcal{L}_{NC}^\nu = \frac{g}{2c_W} \bar{\nu}_{iL} \gamma_\mu U_{PMNS}^\dagger U_{PMNS} \nu_{jL} Z^\mu + h.c. \quad (13b)$$

$$\mathcal{L}_{CC}^N = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{l} \gamma_\mu \theta U_N^* N_{kL} W^\mu + h.c. \quad (13c)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC}^N &= -\frac{g}{2c_W} \bar{N}_{iL} \gamma_\mu U_N^T \theta^\dagger \theta U_N^* N_{jL} Z^\mu + \\ &+ \left(-\frac{g}{2c_W} \bar{\nu}_{iL} \gamma_\mu U_{PMNS}^\dagger (I - \frac{1}{2} \theta^\dagger \theta) \theta U_N^* N_{jL} Z^\mu + h.c. \right) \end{aligned} \quad (13d)$$

Смешивание HNL и левых активных нейтрино характеризуется матрицей $\Theta \equiv \theta U_N^*$.

Non-minimal $\mathcal{O}(\theta^3)$ decomposition

Take into account the terms of the order of $\mathcal{O}(\theta M_D)$ when
($\hat{M} = \text{diag}(M_1, M_2, M_3)$)

$$M_N = U_N^* \hat{M} U_N^\dagger = (\theta^{-1} - \frac{1}{3} \theta^\dagger) M_D = M_M + \theta^\dagger M_D$$

whereas, within $\mathcal{O}(\theta^2)$ approximation for the see-saw mechanism, it is assumed that $M_N = M_M$. For non-minimal decomposition of the **exp** matrix, the condition must be met

$$\Omega^{-1} = \Omega^T + \frac{1}{3} \hat{M}^{-1} (\Omega^{-1})^* \hat{m},$$

which is a condition for the self-consistency of the diagonalization procedure, taking into account the $\mathcal{O}(\theta M_D)$ terms.



Переход к массовым состояниям неоднозначен, $SO(3, \mathcal{C})$

Разрешая уравнения диагонализации, получаем условие

$$I = \Omega^T \Omega = [-i\sqrt{\hat{m}^{-1}} U_\nu^\dagger M_D U_N^* \sqrt{\hat{M}^{-1}}]^T \cdot [-i\sqrt{\hat{m}^{-1}} U_\nu^\dagger M_D U_N^* \sqrt{\hat{M}^{-1}}],$$

в котором Ω – произвольная ортогональная матрица $SO(3, \mathcal{C})$, которая может зависеть от дополнительных параметров, U_ν и U_N диагонализуют секторы $\nu_{e,\mu,\tau}$ и $N_{1,2,3}$. Матрица смешивания

$$\Theta = iU_\nu \sqrt{\hat{m}} \Omega \sqrt{\hat{M}^{-1}}, \text{ где } \hat{m} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3), \hat{M} = \text{diag}(M_1, M_2, M_3)$$

Матрица PMNS неунитарна и связана с унитарной матрицей U_ν :

$$U_{\text{PMNS}} = \left(1 - \frac{1}{2}\theta^\dagger\theta + \mathcal{O}(\theta^4)\right) U_\nu$$



Для физически интересных сценариев в моделях seesaw типа I необходимо объединить очень малые массы активных (или стандартных) нейтрино $\sim F^2 v^2 / M_M$ с умеренно тяжелыми майорановскими нейтрино M_{HNL} в пределах досягаемости по энергии коллайдеров LHC и ILC при не слишком малых смешиваниях $\sim \sqrt{m_\nu / M_{HNL}}$, чтобы обеспечить наблюдаемые сигналы при высокой светимости. Это достигается либо путем точной настройки матриц смешивания в конкретных сценариях с дополнительными симметриями, либо в рамках т.н. диагонализации Casas-Ibarra, когда смешивание может быть усилено. Модели первого типа дают квазидираковские нейтрино, которые обрабатываются по стандартным правилам Фейнмана, что не полностью согласуется с моделями второго типа, не использующими при вычислениях "предел Дирака" и оперирующими с правилами Фейнмана для майорановских фермионов.



Сценарии такого типа сильно отличаются от современного моделирования на коллайдерах, которое проводится с использованием так называемого "подхода, независимого от модели" (или "model independent approach"), также известного как "феноменологическая модель seesaw типа I" с одним поколением HNL и смешиванием, не зависящим от массы HNL.

Интересно рассмотреть явные формы смешивания для трех поколений HNL вне "предела Дирака" с учетом имеющихся данных.



Neutrino Minimal Standard Model (ν MSM)

Далее придерживаемся модели ν MSM

- объясняет данные по осцилляциям $\nu_{e,\mu,\tau}$

	NH	IH
m_1	small	$\sqrt{\Delta m_{31}^2} \simeq 0.049 \text{ eV}$
m_2	$\sqrt{ \Delta m_{21}^2 } \simeq 0.009 \text{ eV}$	$\sqrt{\Delta m_{32}^2} \simeq 0.050 \text{ eV}$
m_3	$\sqrt{\Delta m_{31}^2} \simeq 0.049 \text{ eV}$	small

- не содержит сильно разнесенных массовых масштабов. Массы N_2 , N_3 меньше M_Z .

- N_1 хороший кандидат на роль DM. Минимальное число поколений стерильных нейтрино равно трем.

- барионная асимметрия генерируется осцилляциями $N_2 - N_3$ если массы очень близки: $N_2 \sim N_3 \gg N_1$

Общие космологические ограничения на стерильное нейтрино: время жизни

Возраст Вселенной $\tau_{N_1} \geq H_0^{-1} \simeq 4 \times 10^{17}$ секунд. Однопетлевой распад $N \rightarrow \gamma, \nu$ может быть отличительным сигналом с энергией фотона $E_\gamma = M_1/2$, тогда ограничение на время жизни **усиливается данными гамма-астрономических наблюдений**, Т. Алиев, М. Высоцкий, УФН, 1981, также [1, 2, 3], и составляет $\tau_{N_1} > 10^{25}$ секунд.

$$\Gamma(N_1 \rightarrow \gamma, \nu) = \frac{9\alpha_{EM} G_F^2 M_1^5}{256\pi^4} \sum |\Theta_{\alpha 1}|^2. \quad (14)$$

$$\tau_{N_1} = 3 \times 10^{22} \left(\frac{M_1}{1 \text{ кэВ}} \right)^{-4} \left(\sum_{\alpha} \frac{(m_D)_{\alpha 1}}{1 \text{ эВ}} \right)^{-1} \text{ сек.} \quad (15)$$

Эффективный массовый параметр и феноменологические параметры U_{α}^2 , $\alpha = e, \mu$

$$(m_D)_{\alpha l} = \left| \sum_k \sqrt{m_k} U_{\alpha k} \Omega_{kl} \right|^2 = M_l \sum |\Theta_{\alpha l}|^2 = M_l U_{\alpha}^2$$

$$\sum_{\alpha} (m_D)_{\alpha 1} = \left| \sum_k \sqrt{m_k} U_{\alpha k} \delta_{k1} \right|^2 = m_1, \quad \sum_{\alpha} (m_D)_{\alpha l} = \left| \sum_k \sqrt{m_k} U_{\alpha k} \delta_{k3} \right|^2 = m_3$$



Общие космологические ограничения на стерильное нейтрино: плотность темной материи

Смешивание активных и стерильных нейтрино Θ достаточно мало и HNL DM никогда не находилось в тепловом равновесии.

Доминирующий механизм образования стерильных нейтрино (*Dodelson-Widrow mechanism*, [4]) – осцилляции активных и стерильных нейтрино. Доля энергии во Вселенной в случае нерезонансного рождения задается формулой

$$\Omega_N h^2 \simeq 0.1 \sum_{l=1}^3 \sum_{\alpha=e,\nu,\tau} \left(\frac{|\Theta_{\alpha l}|^2}{10^{-8}} \right) \left(\frac{M_l}{1 \text{ кэВ}} \right)^2. \quad (16)$$

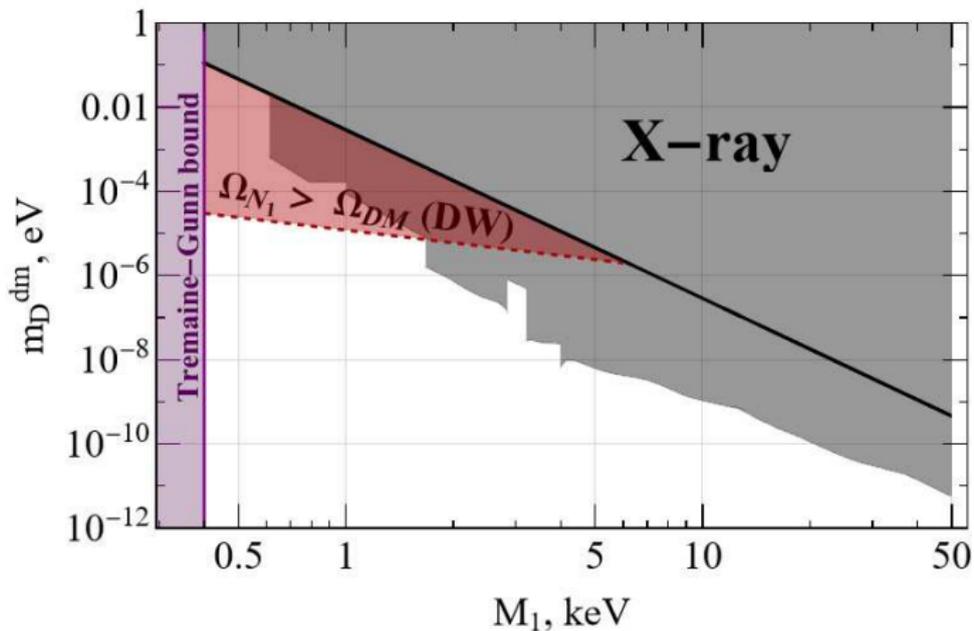
В частности, компонента плотности частиц N_1

$$\Omega_{N_1} h^2 \simeq \left(\frac{\sum_{\alpha} (m_D)_{\alpha 1}}{10^{-4} \text{ эВ}} \right) \left(\frac{M_1}{1 \text{ кэВ}} \right) \leq \Omega_{DM} h^2 = 0.12. \quad (17)$$

$$\sum_{\alpha} (m_D)_{\alpha 1} < \overline{(m_D)}_{DM} = 10^{-5} \left(\frac{M_1}{1 \text{ кэВ}} \right)^{-1} \text{ эВ}$$



Контуры исключения для N_1 , частицы DM



Cosmological restrictions on $(m_D)_{\alpha l} = |\sum_k \sqrt{m_k} U_{\alpha k} \Omega_{kl}|^2$ parameter for N_1 DM, summed over flavor index $\alpha = e, \mu, \tau$. Ω -independent plot. Gray regions excluded by satellite experiments

XMM, Chandra, HEAO-1, etc recalculated to Σm_D from the data summary in 0811.2385



Сценарии с возможными видами матрицы Ω

- $\Omega = I$ для прямой иерархии масс активных нейтрино (NH) или антидиагональная ортогональная матрица Ω аналогичная выбору $\Omega = I$ но для обратной иерархии (IH);
- $\Omega \in SO(3, \mathbb{R})$ и параметризуется тремя вещественными углами Эйлера α_j

$$\Omega = \mathbf{X}_1 \mathbf{Z}_2 \mathbf{X}_3 = \begin{pmatrix} c_2 & -c_3 s_2 & s_2 c_3 \\ c_1 s_2 & c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3 & -c_3 s_1 - c_1 c_2 s_3 \\ s_1 s_2 & c_1 s_3 + c_2 c_3 s_1 & c_1 c_3 - c_2 s_1 s_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

- $\Omega \in SO(3, \mathbb{C})$ с той же параметризацией (18), где аналогами углов Эйлера являются комплекснозначные параметры $\omega_j = \alpha_j + i\beta_j$.



Поверхности в пространстве параметров для вещественной матрицы поворота Ω .

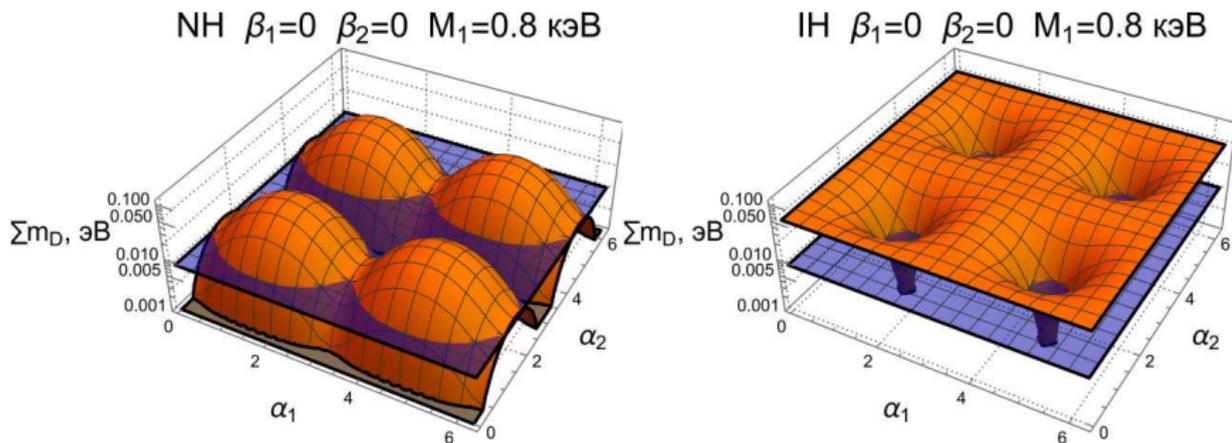


Рис.: Поверхности, иллюстрирующие масштаб величины $\sum_{\alpha} (m_D)_{\alpha 1}$ в зависимости от углов α_1 и α_2 для случаев прямой иерархии масс активных нейтрино (рисунок слева) и обратной (рисунок справа). Синяя плоскость - $(m_D)_{X\text{-ray}}$ при $M_1 = 0.8$ кэВ.

Контуры для комплекснозначной матрицы поворота

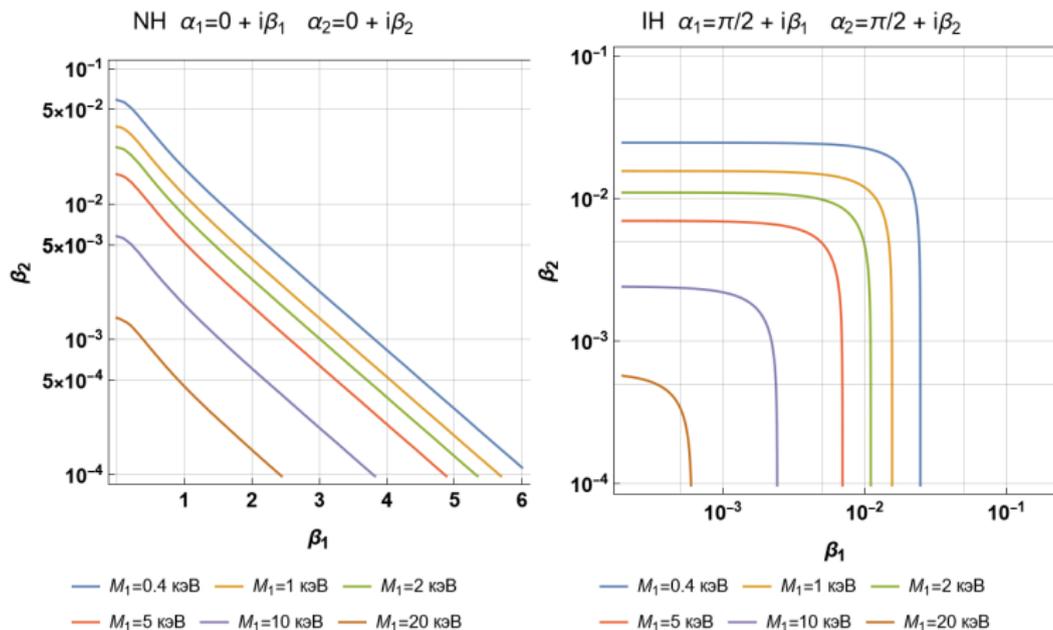


Рис.: Контуры исключения для мнимых частей β_1 и β_2 углов Эйлера ω_1 и ω_2 в параметризации комплексной ортогональной матрицы Ω при зафиксированных вещественных частях α_1 и α_2 (их значения приведены в подписях над графиками).

Сценарий «минимального смешивания»

Отдельно выделим сценарий "*минимального смешивания*", лишенный дополнительных неизвестных параметров и отражающий общие свойства ограничений в случае вещественнозначных матриц Ω .

$$\Theta_{\min}^{(\text{NH})} = \begin{pmatrix} iU_{e1}\sqrt{\frac{m_1}{M_1}} & iU_{e2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{e3}\sqrt{\frac{m_3}{M_3}} \\ iU_{\mu1}\sqrt{\frac{m_1}{M_1}} & iU_{\mu2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{\mu3}\sqrt{\frac{m_3}{M_3}} \\ iU_{\tau1}\sqrt{\frac{m_1}{M_1}} & iU_{\tau2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{\tau3}\sqrt{\frac{m_3}{M_3}} \end{pmatrix}, \quad \Omega_{\min}^{(\text{NH})} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Theta_{\min}^{(\text{IH})} = \begin{pmatrix} iU_{e3}\sqrt{\frac{m_3}{M_1}} & iU_{e2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{e1}\sqrt{\frac{m_1}{M_3}} \\ iU_{\mu3}\sqrt{\frac{m_3}{M_1}} & iU_{\mu2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{\mu1}\sqrt{\frac{m_1}{M_3}} \\ iU_{\tau3}\sqrt{\frac{m_3}{M_1}} & iU_{\tau2}\sqrt{\frac{m_2}{M_2}} & iU_{\tau1}\sqrt{\frac{m_1}{M_3}} \end{pmatrix}, \quad \Omega_{\min}^{(\text{IH})} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Seesaw limit

Минимальное смешивание определяет т.н. seesaw limit, наименьшее возможное смешивание $\Theta_{\alpha I}$ согласно Δm_{ij}^2 на основе данных по осцилляциям активных нейтрино, $U_{\alpha min}^2 = \sum_I^3 |\Theta_{\alpha I}|^2$, $\alpha = e, \mu$

Возможны случаи

- Два поколения тяжелых нейтральных лептонов

$$m_{light} \ll \frac{M_1}{M} \min(m_2, m_3) \sim 10^{-6} - 10^{-8}$$

- Существенная масса наиболее легкого нейтрино

$$m_{light} > \frac{M_1}{M} \min(m_2, m_3) \sim 10^{-6} - 10^{-8}$$

когда $m_1 \sim 10^{-5}$ эВ и $M > 0.1$ ГэВ.



Допустимые виды матрицы Ω . "Точная настройка" и экспоненциальное смешивание

Учёт космологических ограничений указывает на предпочтительный вид матрицы Ω и масштаб массы $M_1 \sim 1 - 10$ кэВ.

$$\Omega_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \xi \sin(\omega) & \xi \cos(\omega) \end{pmatrix} \quad \Omega_{\text{IH}} = \begin{pmatrix} 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \xi \sin(\omega) & \xi \cos(\omega) \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

где ω , вообще говоря, **комплексный** параметр. Сценарий имеет характерное увеличение значений смешивания из-за возникновения множителей $\chi_\omega = e^{Im(\omega)} \gg 1$ при $Im(\omega) > 1$. Этот сценарий смешивания будем называть **"точной настройкой"**.

Помимо этого, в модели ν MSM подразумевается, что массы двух оставшихся HNL $M_2 \simeq M_3 \gg M_1$, так как это условие квазивырожденности по массам необходимо для генерации **барионной асимметрии** во Вселенной, [5].

Имеющиеся ограничения для модели ν MSM: $N_2 - N_3$ сектор

- Ограничения сверху из ускорительных экспериментов двух типов: эксперименты с определением *недостающей энергии* (PIENU, TRIUMPH, KEK, NA62, E949) и эксперименты по определению *смещенных вершин* (PS-191, CHARM, NuTeV, DELPHI). Совокупность этих ограничений дает верхние границы для

$$U_\alpha^2 = \sum_{l=1}^3 |\Theta_{\alpha l}|^2 = \begin{cases} \frac{m_1}{M_1} |U_{\alpha 1}|^2 + |\Theta_{\alpha 2}^{(NH)}|^2 + |\Theta_{\alpha 3}^{(NH)}|^2, & \text{NH} \\ \frac{m_3}{M_1} |U_{\alpha 3}|^2 + |\Theta_{\alpha 2}^{(IH)}|^2 + |\Theta_{\alpha 3}^{(IH)}|^2, & \text{IH} \end{cases}$$

- Неравенство для времени жизни N_2 и N_3 , $\tau_N < 0.02$ секунд, при которых не возникает перепроизводства легких элементов (^4He , ^2H) в первичной плазме, [6] (т.н. **первичный нуклеосинтез** или **Big Bang nucleosynthesis, BBN**). Дает ограничение снизу на параметры U_α^2 .



Perturbative calculations with Majorana fermions

$\psi^c = \psi = \gamma^0 C^+ \psi^*$, $\bar{\psi}^c = \psi^T C$, четыре вида Т-сверток $\langle \psi \bar{\psi} \rangle$, $\langle \psi \psi \rangle$, $\langle \bar{\psi} \bar{\psi} \rangle$, $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ и четыре вида вершин $\bar{\psi} \gamma \psi V$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\lambda}_a (i\hat{\partial} - M_a) \lambda_a + \bar{\Psi}_b (i\hat{\partial} - m_b) \Psi_b + \\ & + g_{abc}^i \bar{\lambda}_a \Gamma_i \lambda_b \Phi_c + k_{abc}^i \bar{\lambda}_a \Gamma_i \Psi_b \Phi_c^* + (k_{abc}^i)^* \bar{\Psi}_a \Gamma_i \lambda_b \Phi_c + \\ & + h_{abc}^i \bar{\Psi}_a \Gamma_i \Psi_b \Phi_c, \end{aligned} \quad (19)$$

where λ/Ψ are Majorana/Dirac fermions, Φ - boson.

H.Haber and G.Kane, *The Search for Supersymmetry: Probing Physics Beyond the Standard Model*, Phys.Rept. 117 (1985) 75-263 (general basis)

A.Denner, H.Eck, O.Hahn and J.Kublbeck, *Feynman rules for fermion number violating interactions*, Nucl.Phys.B 387 (1992) 467-481 (fermion flow technique implemented in FeynCalc package)



neutral current interaction

$$\mathcal{L}_{\nu N} = -\frac{g}{2c_w} \left[(U^\dagger \Theta)_{iJ} \bar{\nu}_i \gamma^\mu P_L N_J + (U^\dagger \Theta)_{iJ}^* \bar{N}_J \gamma^\mu P_L \nu_i \right] Z_\mu$$

for Majorana case can be rewritten in the form

$$\begin{aligned} \bar{N}_J \gamma^\mu P_L \nu_i &= (\bar{N}_J \gamma^\mu P_L \nu_i)^T = (-1) \nu_i^T (\gamma^\mu P_L)^T \bar{N}_J^T = (-1) (-\bar{\tilde{\nu}}_i C) (\gamma^\mu P_L) \\ &= \bar{\tilde{\nu}}_i \underbrace{C (\gamma^\mu P_L)^T C^{-1}}_{=-\gamma^\mu P_R} \tilde{N}_J = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\tilde{\nu}}_i = \bar{\nu}_i \\ \tilde{N}_J = N_J \end{array} \right\} = -\bar{\nu}_i \gamma^\mu P_R N_J \quad (20) \end{aligned}$$

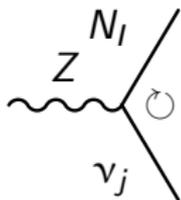
and

$$\mathcal{L}_{\nu N} = -\frac{g}{2c_w} \bar{\nu}_i \left[(U^\dagger \Theta)_{iJ} \gamma^\mu P_L - (U^\dagger \Theta)_{iJ}^* \gamma^\mu P_R \right] N_J Z_\mu$$

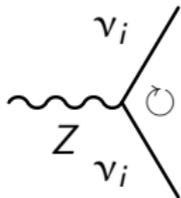


HNL decays: Feynman rules for Majorana fermions

Width calculation for **Majorana** fermions.



$$-i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \gamma^\mu \left[(U^\dagger \Theta)_{jl}^* P_L - (U^\dagger \Theta)_{jl} P_R \right]$$



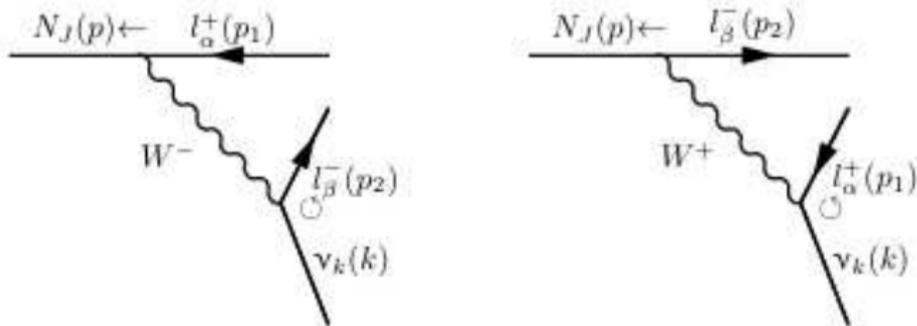
$$-i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \gamma^\mu (P_L - P_R) = i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \gamma^\mu \gamma^5$$

Таблица: Sample Feynman rules for Majorana fermions implemented in LanHEP/CompHEP

$$\Gamma_{N_{2,3}} = \Gamma(\rightarrow h^\pm + l^\mp) + \Gamma(\rightarrow h^0 + \nu) + \Gamma(\rightarrow l^+ l^- \nu), \quad \tau_{N_{2,3}} = \Gamma_{N_{2,3}}^{-1}$$

Majorana case interferences and the "Dirac limit": example

$$N \rightarrow l_{\alpha}^{+} l_{\beta}^{-} \nu$$



Decay width

$$\Gamma(N_J \rightarrow \sum_{k=1}^3 \nu_k l_{\alpha}^{+} l_{\beta}^{-}) = \frac{G_F^2 M_J^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{\alpha J}|^2 + |\Theta_{\beta J}|^2 - \frac{4}{M_J} \sum_{k=1}^3 m_k \text{Re}\{\Theta_{\alpha J} \Theta_{\beta J}^* U_{\beta k}^* U_{\alpha k}\} \right)$$

$e^{Im(\omega)} = 1100$ at $\omega = 7$. If $\alpha = \beta$ third interfering diagram with intermediate Z appears.

Dirac limit: D.Gorbunov, M.Shaposhnikov, JHEP 10 (2007) 015



Парциальные ширины лептонных распадов

- $\Gamma(N_l \rightarrow \sum_i \nu_i, \nu_j, \nu_j) = \frac{G_F^2 M_l^5}{192\pi^3} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} |\Theta_{\alpha l}|^2$
- $\Gamma(N_l \rightarrow \sum_{i=1,2,3} \nu_i l_{\alpha}^+ l_{\alpha}^-) = \frac{G_F^2 M_l^5}{96\pi^3} \left(\left[(C_1^2 + C_2^2) \sum_{\beta} |\Theta_{\beta l}|^2 + (1 - 2C_1) |\Theta_{\alpha l}|^2 \right] \mathcal{F}_1(r) + \left[(4C_1 C_2) \sum_{\beta} |\Theta_{\beta l}|^2 - 4C_2 |\Theta_{\alpha l}|^2 \right] \mathcal{F}_2(r) \right)$, где $C_1 = s_W^2 - \frac{1}{2}$, $C_2 = s_W^2$, $r_{\alpha} = \frac{m_{\alpha}^2}{M_l^2}$,

$$\mathcal{F}_1(r) = (1 - 14r - 2r^2 - 12r^3) \sqrt{1 - 4r} + 12r^2(1 - r^2) \ln\left(\frac{1 - 3r + (1 - r)\sqrt{1 - 4r}}{r(1 - \sqrt{1 - 4r})}\right),$$

$$\mathcal{F}_2(r) = (2r + 10r^2 - 12r^3) \sqrt{1 - 4r} - (6r^2 - 12r^3 + 12r^4) \ln\left(\frac{1 - 3r + (1 - r)\sqrt{1 - 4r}}{r(1 - \sqrt{1 - 4r})}\right).$$

- $\Gamma(N_l \rightarrow \sum_{i=1,2,3} \nu_i l_{\alpha}^+ l_{\beta}^-) = \frac{G_F^2 M_l^5}{192\pi^3} (|\Theta_{\alpha l}|^2 + |\Theta_{\beta l}|^2) \mathcal{G}(r_{\alpha}, r_{\beta})$,

$$\mathcal{G}(x, y) = (1 - 7x - 7x^2 + x^3 + 12xy - 7y - 7y^2 + y^3 - 7x^2y - 7xy^2)R +$$

$$+ 12(y^2 + x^2y^2 - 2x^2) \ln\left(\frac{1 + x - y + R}{2}\right) + 12x^2(1 - y^2) \ln\left(\frac{1}{x}\right) +$$

$$+ 12y^2(1 - x^2) \ln\left(\frac{1 - x - y + R}{1 - x + y - R}\right), \quad R = \lambda^{1/2}(1, x, y)$$

BBN ограничения в сценарии "минимального смешивания"

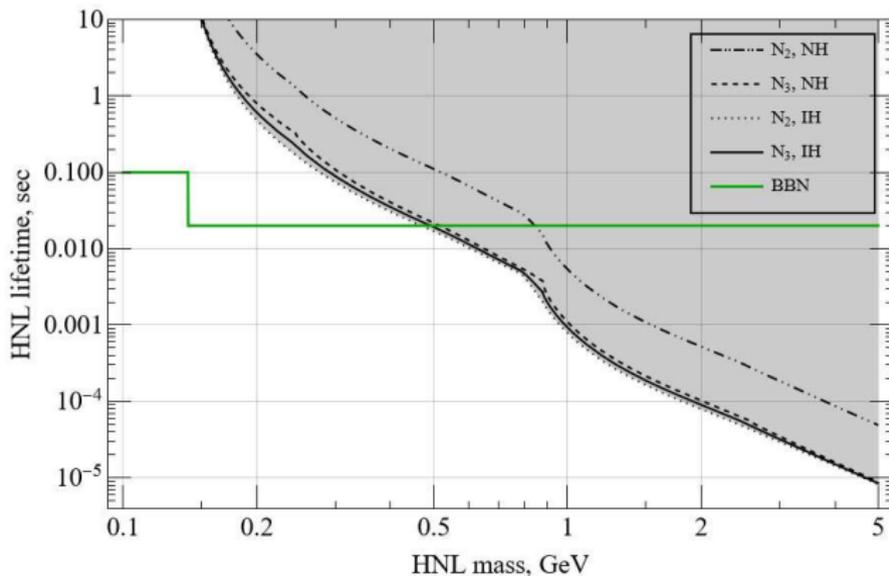
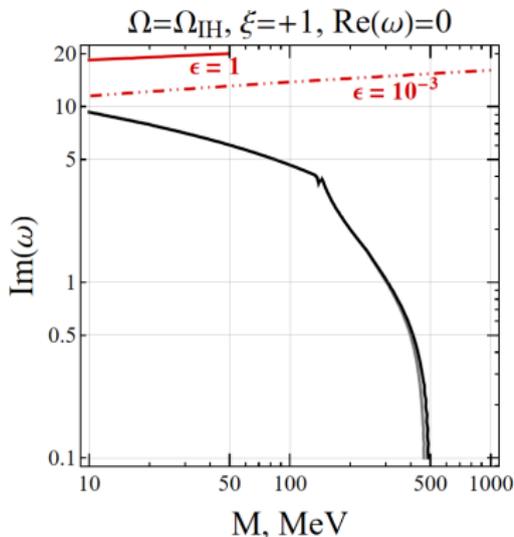
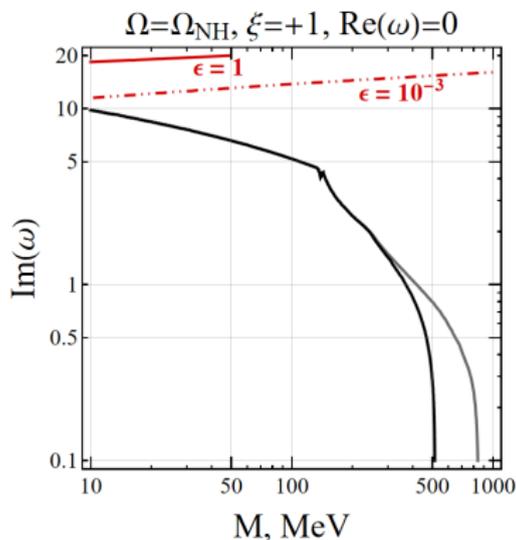


Рис.: Разрешенная область значений времени жизни в зависимости массы HNL лежит ниже зеленой (BBN) и черных линий (seesaw-граница)

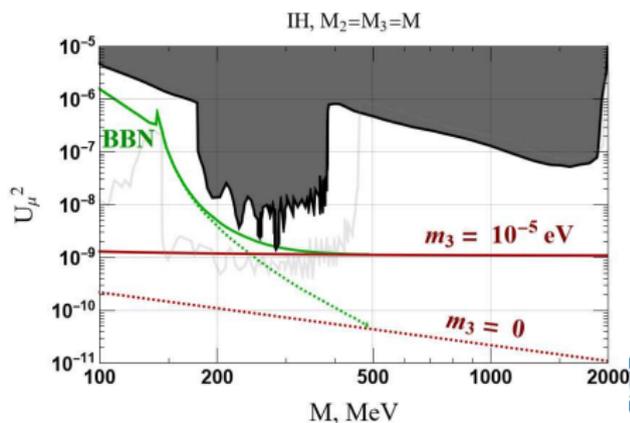
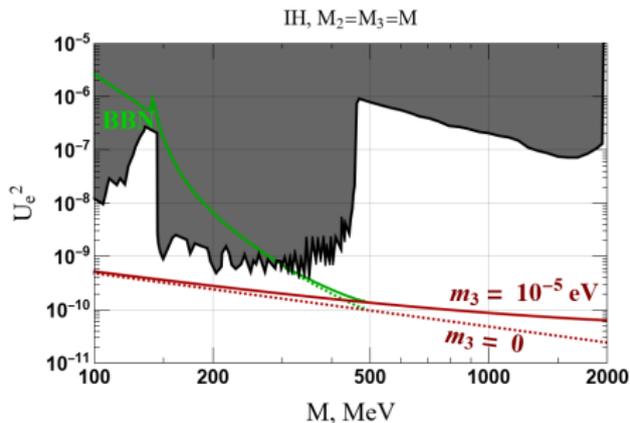
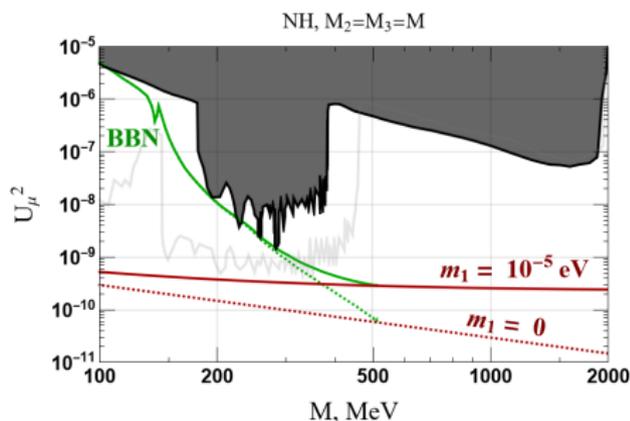
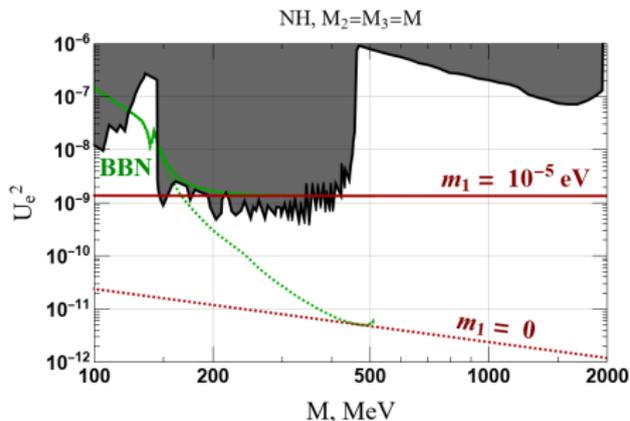


BBN ограничения для параметра ω матрицы Ω



$$\Omega^{-1} = \Omega^T + \frac{1}{3} \hat{M}^{-1} (\Omega^{-1})^* \hat{m}, \quad (\text{диагонализация с точностью до } \mathcal{O}(M_D \theta))$$

Графики ограничений для смешиваний U_e^2 и U_μ^2



Параметр нарушения лептонной универсальности

Величина **нарушения лептонной универсальности (LUV)** в распадах мезона $M = \pi^+, K^+$ определяется как

$$\Delta r_M = \frac{R_M}{R_M^{SM}} - 1, \quad \text{где } R_M = \frac{\Gamma(M \rightarrow e\nu) + \Gamma(M \rightarrow eN)}{\Gamma(M \rightarrow \mu\nu) + \Gamma(M \rightarrow \mu N)}$$

а R_M^{SM} содержит ширины только с активными нейтрино ν в конечном состоянии.

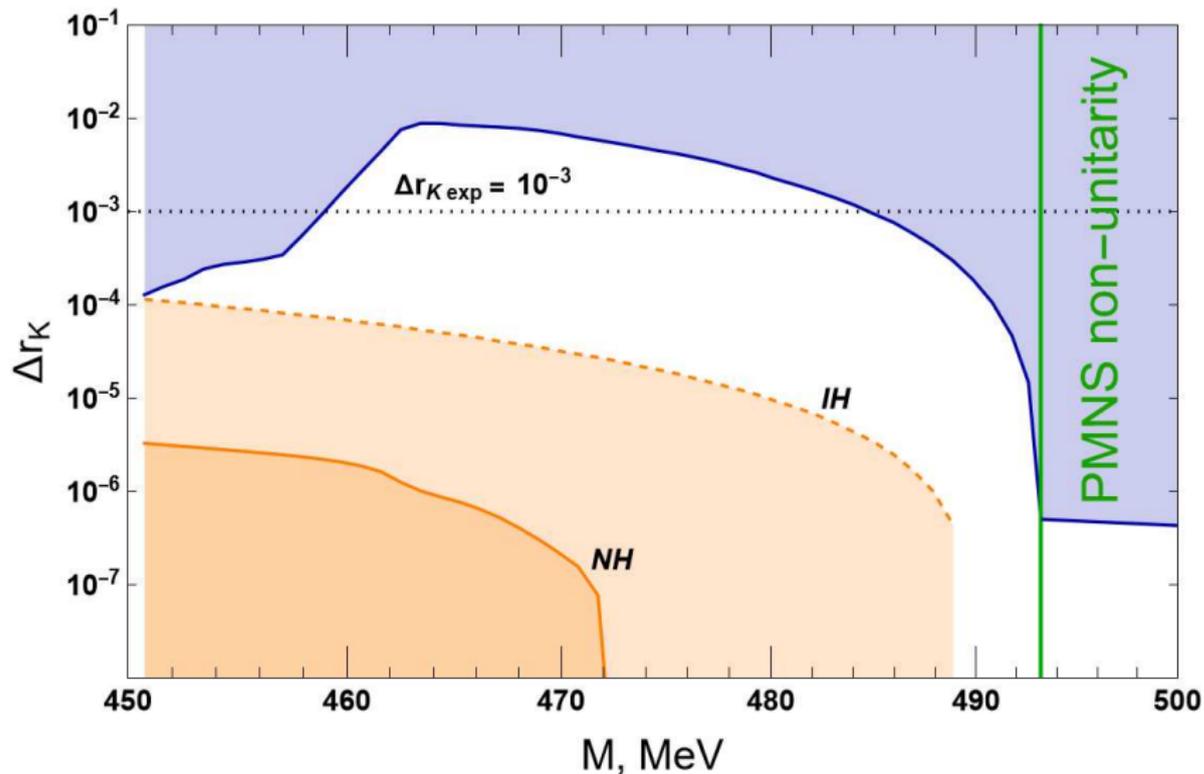
Условие унитарности 6×6 матрицы \mathcal{U}

$$\sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 + \sum_{l=1}^3 |\Theta_{\alpha l}|^2 = 1$$

$$\Delta r_M = \frac{1 + \sum_l |\Theta_{el}|^2 (G_{el}^M - 1)}{1 + \sum_l |\Theta_{\mu l}|^2 (G_{\mu l}^M - 1)} - 1$$

$$G_{\alpha l}^M = \begin{cases} \frac{\lambda^{1/2}(1, r_l, r_\alpha)[r_l + r_\alpha - (r_\alpha - r_l)^2]}{r_\alpha(1 - r_\alpha)^2}, & M_l < m_M - m_\alpha \\ 0, & M_l > m_M - m_\alpha \end{cases}$$

Параметр нарушения лептонной универсальности в распадах каона



Основные результаты

- Ограничения на время жизни и долю энергии частиц легкого стерильного нейтрино N_1 темной материи показывают, что его масса 0.5 - 40 кэВ при имеющейся чувствительности измерений. Наибольшее смешивание порядка 10^{-5} при $m_{N_1} \sim 5$ кэВ обеспечивается "тонкой настройкой" для формы Ω . В секторе $N_2 - N_3$ в сценарии "экспоненциального смешивания" сигналы HNL могут усиливаться за счет квадрата экспоненциального множителя $e^{Im(\omega)}$ величины до 10^6 .
- Для параметра LUV в распадах каонов есть "окно" 460 - 490 МэВ, в котором превышает экспериментальное значение $\Delta r_K = (4 \pm 4) \times 10^{-3}$.
- Рассмотрение сектора $N_2 - N_3$ для νMSM показало существенную зависимость от компоненты смешивания с легким стерильным нейтрино темной материи. Модель, учитывающая все три поколения, значительно поднимает нижнюю границу "seesaw" для параметров смешивания при массах $M_{2,3} > 0.5$ ГэВ. В рамках νMSM $M_{DM} \sim 1$ кэВ и $M_2 \simeq M_3 \sim 0.1 - 1$ ГэВ для воспроизведения $\Omega_{DM} h^2 = 0.12$ необходимо, чтобы $m_{light} \sim 10^{-5}$ эВ, то есть в U_α^2 существенный вклад дает смешивание с HNL DM: $|\Theta_{\alpha 1}|^2 \sim \frac{m_{light}}{M_{DM}}$. Приближение двух поколений HNL не работает.



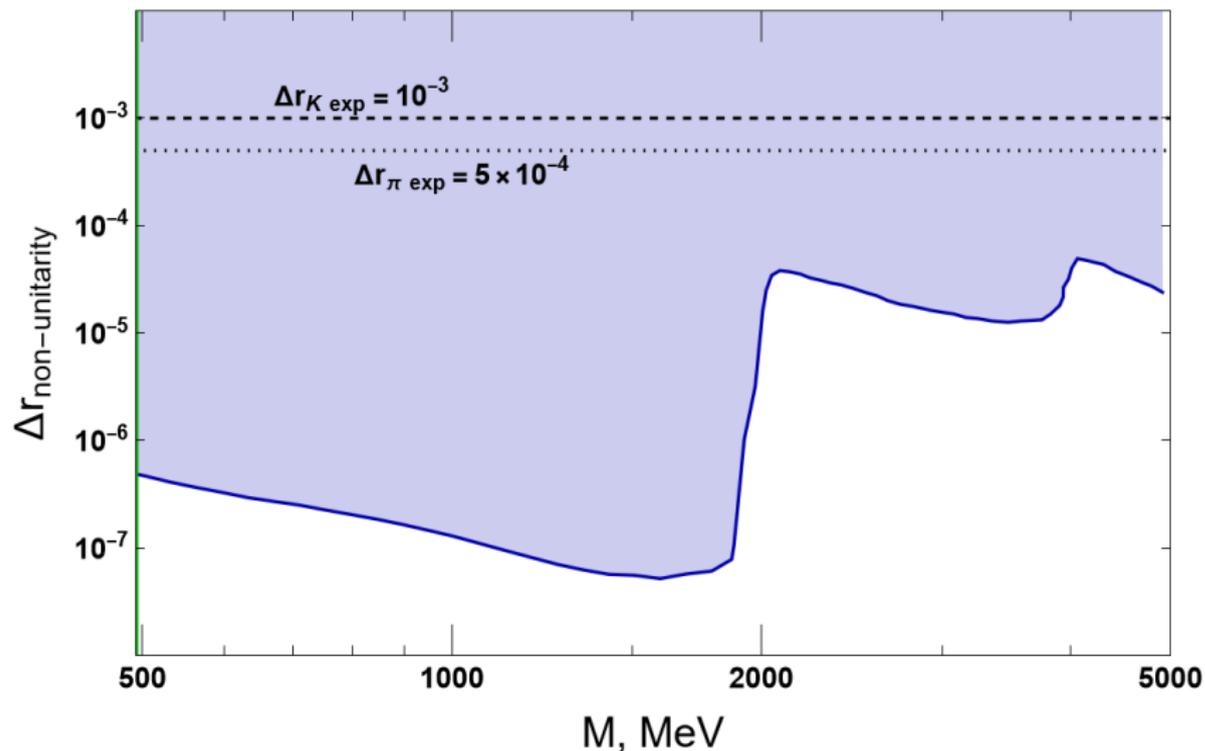
- "Минимальное смешивание" задает верхнюю границу времени жизни квазивырожденных HNL с массами более 0.5 ГэВ ниже имеющегося ограничения первичного нуклеосинтеза $\tau_{\text{HNL}} < 0.02$ сек с сильной зависимостью этой границы от масс HNL.
- Не очевидны различные приближения для смешиваний U_{α}^2 , не зависящих от параметров модели seesaw (известны как "model-independent approach", "dominant mixing", "baryocentric coordinates" и т.п.).



Спасибо за внимание!



Параметр нарушения универсальности в кинематически закрытой области



Интерпретация феноменологических приближений

Подход независимого смешивания с фиксированным соотношением вида

$$U_e^2 : U_\mu^2 : U_\tau^2 = a : b : c, \quad (21)$$

Доминирующее смешивание: набор чисел $\{a, b, c\}$ переходит в набор $\{0, 0, 1\}$, где 1 отводится доминирующей компоненте.

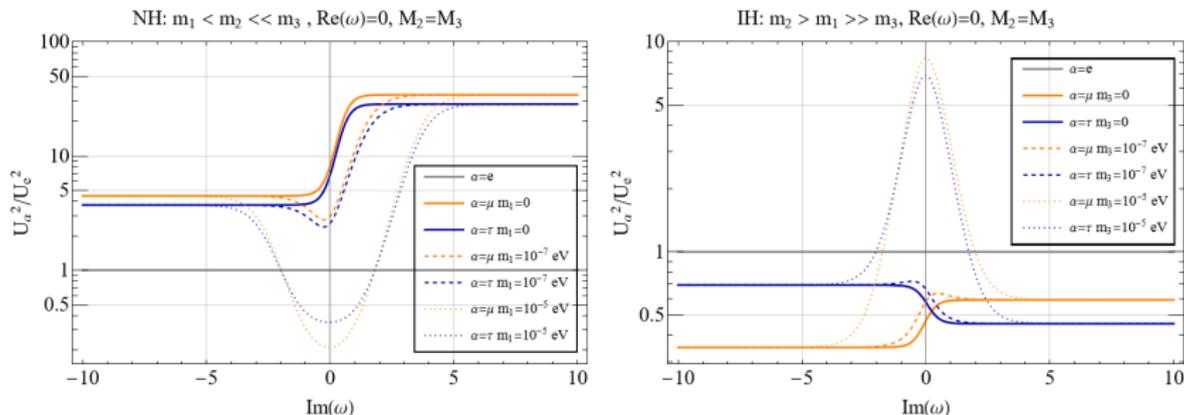


Рис.: Отношение значений параметра смешивания U_α^2 к U_e^2 при различных значениях $\text{Im}(\omega)$ угла Эйлера матрицы $\Omega^{(FT)}$



Результаты интерпретации и применимость

$m_{\text{light}}, \text{эВ}$	$\text{Im}(\omega)$	$U_e^2 : U_\mu^2 : U_\tau^2 = a : b : c$	
		NH	IH
0	> 1	1 : 34 : 28	10 : 6 : 5
10^{-7}	> 3		
10^{-5}	> 5		
0	< -1	2 : 9 : 8	3 : 1 : 2
10^{-7}	< -2		
10^{-5}	< -5		
10^{-5}	$= 0$	14 : 3 : 5	зависит от M

Значения $a:b:c$ слабо чувствительны (кроме случая, указанного отдельно) к вариациям массы квазивырожденных HNL в пределах от 10 МэВ до нескольких ГэВ и к расщеплению масс $0 < \Delta M < 100$ МэВ.



-  Alexey Boyarsky and Oleg Ruchayskiy.
Bounds on Light Dark Matter.
pages 31–34, 11 2008.

-  Alexey Boyarsky, A. Neronov, Oleg Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov.
Constraints on sterile neutrino as a dark matter candidate from the diffuse x-ray background.
Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 370:213–218, 2006.

-  Alexey Boyarsky, A. Neronov, O. Ruchayskiy, M. Shaposhnikov, and I. Tkachev.
Where to find a dark matter sterile neutrino?
Phys. Rev. Lett., 97:261302, 2006.

-  Scott Dodelson and Lawrence M. Widrow.
Sterile-neutrinos as dark matter.
Phys. Rev. Lett., 72:17–20, 1994.

-  Takehiko Asaka and Mikhail Shaposhnikov.
The ν MSM, dark matter and baryon asymmetry of the universe.
Phys. Lett. B, 620:17–26, 2005.





Alexey Boyarsky, Maksym Ovchynnikov, Oleg Ruchayskiy, and Vsevolod Syvolap.

Improved big bang nucleosynthesis constraints on heavy neutral leptons.

Phys. Rev. D, 104(2):023517, 2021.



Mikhail Dubinin and Elena Fedotova.

Non-Minimal Approximation for the Type-I Seesaw Mechanism.

Symmetry, 15(3):679, 2023.

